

**ANÁLISE DE PADRÕES ESPACIAIS NO DESEMPENHO EM MATEMÁTICA:  
APLICAÇÃO DE ESTATÍSTICA ESPACIAL EM ESCOLAS MUNICIPAIS DE  
TOLEDO – PARANÁ**

**ANALYSIS OF SPATIAL PATTERNS IN MATHEMATICS PERFORMANCE:  
APPLICATION OF SPATIAL STATISTICS IN MUNICIPAL SCHOOLS OF TOLEDO –  
PARANÁ**

**Resumo:** Este estudo investiga a aplicação da estatística espacial no desempenho em Matemática de alunos do 4º ano do Ensino Fundamental nas 24 escolas municipais de Toledo, Paraná. Ferramentas como o Índice I de Moran e o índice LISA foram empregadas para identificar *clusters* espaciais de desempenho. A análise revelou que 14 escolas apresentaram *clusters* significativos, sendo 7 no quadrante Alto-Alto (desempenho elevado) e 7 no quadrante Baixo-Baixo (desempenho baixo). O Índice I de Moran global foi de 0,199, indicando uma leve autocorrelação espacial positiva. Além disso, 10 escolas ficaram localizadas nos quadrantes Alto-Baixo e Baixo-Alto, evidenciando contrastes locais significativos. Esses resultados destacam desigualdades regionais que requerem intervenções específicas em áreas com baixo desempenho.

**Palavras-chave:** Estatística espacial. Desempenho escolar. Índice de Moran. LISA. Geolocalização. Educação. *Clusters*.

**Abstract:** This study investigates the application of spatial statistics in Mathematics performance among 4th-grade students in 24 municipal schools in Toledo, Paraná, Brazil. Using Moran's I and Local Indicators of Spatial Association (LISA), spatial clusters of performance were identified. The analysis revealed that 14 schools displayed significant clusters, with 7 in the High-High quadrant (high performance) and 7 in the Low-Low quadrant (low performance). The Moran's I index was 0.199, indicating slight positive spatial autocorrelation. Additionally, 10 schools were located in the High-Low and Low-High quadrants, reflecting significant local contrasts. These results highlight regional inequalities requiring specific interventions in low-performing areas.

**Keywords:** Spatial statistics. School performance. Moran's I. LISA. Geolocation. Education. Clusters.

## INTRODUÇÃO

O desempenho em Matemática tem sido um desafio recorrente no sistema educacional brasileiro, especialmente no

Ensino Fundamental, onde os primeiros anos de aprendizado matemático moldam a base do raciocínio lógico e das habilidades críticas dos estudantes. Estudos apontam que, no Brasil, a proficiência em Matemática apresenta índices

Gustavo Henrique Dalposso<sup>1</sup>

Renato Francisco Merli<sup>2</sup>

Valdecir Neumann<sup>3</sup>

1 Matemático. Doutor em Engenharia Agrícola pela UNIOESTE. Docente no Programa de Pós-Graduação em Tecnologias em Biociências da UTFPR, Campus Toledo. E-mail: [gustavodalposso@utfpr.edu.br](mailto:gustavodalposso@utfpr.edu.br).

2 Educador Matemático. Doutor em Educação em Ciências e Educação Matemática pela UNIOESTE. Docente no Programa de Mestrado Profissional em Matemática da UTFPR, Campus Toledo. E-mail: [renatomerli@utfpr.edu.br](mailto:renatomerli@utfpr.edu.br).

3 Analista de Sistemas pela FASUL – Faculdade Sul Brasil. Licenciando em Matemática pela UTFPR. Analista de Sistemas na Prefeitura Municipal de Toledo – PR. E-mail: [valdecir.neumann@toledo.pr.gov.br](mailto:valdecir.neumann@toledo.pr.gov.br).

alarmantemente baixos, refletindo não apenas na qualidade da aprendizagem, mas também no desenvolvimento de competências essenciais para o futuro acadêmico e profissional (Brasil, 2021). Essa problemática se estende a estados como o Paraná, onde as médias de desempenho em Matemática estão aquém do esperado, e ganha contornos ainda preocupantes ao analisarmos os dados específicos do município de Toledo. O contexto local evidencia lacunas significativas, especialmente no 4º ano do Ensino Fundamental, etapa crucial para a consolidação de conceitos fundamentais da Matemática.

A Matemática desempenha um papel central no desenvolvimento cognitivo dos alunos, especialmente no Ensino Fundamental, quando habilidades como resolução de problemas, interpretação lógica e o uso de conceitos geométricos começam a se formar (Souza e Matias, 2020). No entanto, a aplicação de análises espaciais em dados educacionais ainda é limitada, especialmente no Brasil, apesar de seu potencial para revelar padrões e desigualdades. Trabalhos recentes têm explorado como tecnologias digitais e métodos de geolocalização podem contribuir para o entendimento e a análise de dados educacionais, incluindo o desempenho acadêmico. Por exemplo, Gushchina et al. (2022) destacam como dados de pegada digital

e geolocalização podem ser utilizados para formar modelos multicomponentes aplicáveis à educação, enquanto Ballester et al. (2024) discutem abordagens matemáticas e computacionais para compreender variações no desempenho educacional baseadas em localização. Além disso, Bayaga e Alexander (2023) investigam como a geolocalização e tecnologias de aprendizado adaptativo podem influenciar percepções e resultados acadêmicos em Matemática, mostrando a relevância dessa abordagem.

Outro aspecto relevante para a compreensão dos fatores que influenciam o desempenho em Matemática é o uso de técnicas analíticas avançadas, como a autocorrelação espacial. Este conceito, fundamentado na estatística espacial, permite identificar padrões de dependência espacial entre variáveis em diferentes localidades. No contexto educacional, técnicas de autocorrelação espacial — como as propostas por Anselin (1995) — podem ser utilizadas para revelar padrões geográficos no desempenho dos alunos em Matemática, permitindo identificar áreas com concentrações específicas de resultados e possíveis fatores associados a essas distribuições. Entre as ferramentas para a análise de autocorrelação espacial, destaca-se o diagrama de espelhamento de Moran, que proporciona uma

visualização gráfica das relações espaciais, identificando *clusters* de alto e baixo desempenho e suas inter-relações.

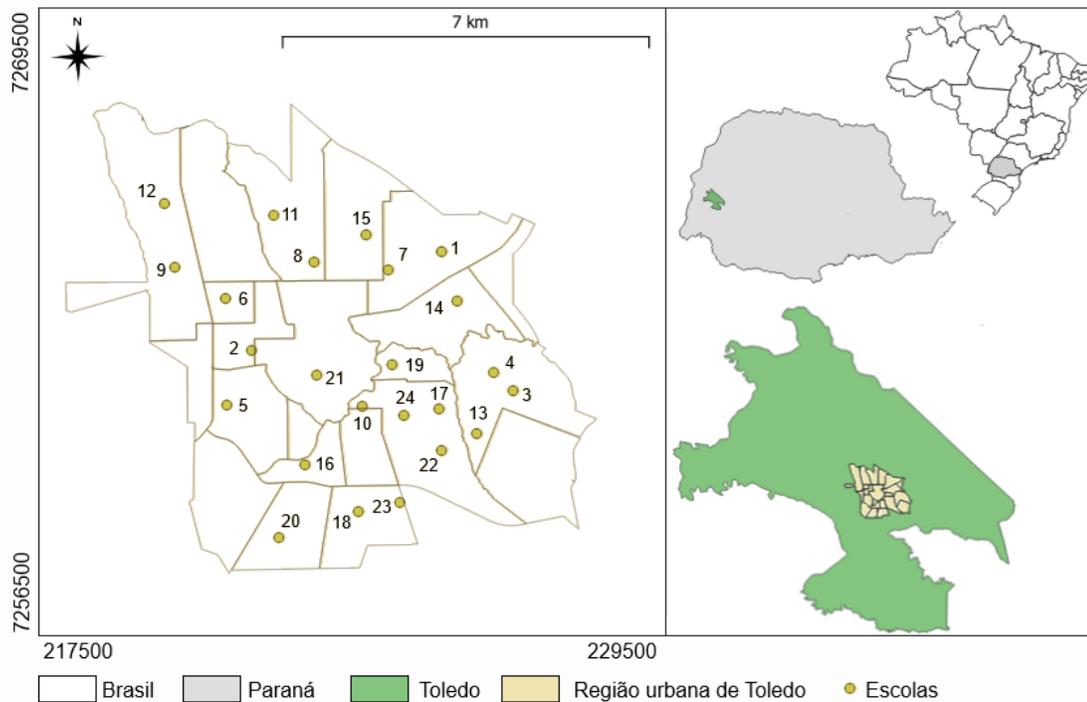
Neste contexto, este trabalho tem como objetivo principal realizar a análise de autocorrelação espacial do desempenho em Matemática no 4º ano do Ensino Fundamental nas escolas estaduais do município de Toledo – PR, no ano de 2024. A análise busca identificar padrões espaciais que possam subsidiar políticas públicas mais direcionadas e estratégias pedagógicas adequadas para superar as dificuldades apresentadas. Assim, o estudo justifica-se tanto pela relevância prática de

compreender os fatores que afetam o desempenho em Matemática quanto pela inovação metodológica ao aplicar a geolocalização associada à análise de dados educacionais, uma abordagem ainda pouco explorada no Brasil.

## MATERIAL E MÉTODOS

O município de Toledo, no oeste do Paraná, Brasil, possui cerca de 150 mil habitantes e 1.198 km<sup>2</sup> de área (IBGE, 2023). O estudo inclui 24 escolas municipais, conforme Figura 1.

**Figura 1: Localização das escolas municipais na região urbana de Toledo, Paraná.**



**Escolas municipais:** (1) Alberto Santos Dumont, (2) Amelio Dal Bosco, (3) André Zenere, (4) Anita Garibaldi, (5) Antônio Scain, (6) Ecologica Toledo, (7) Arsênio Heiss, (8) Borges de Medeiros, (9) Carlos Friedrich, (10) Carlos João Treis, (11) Egon Werner Bercht, (12) Engenheiro Waldyr Luiz Becker, (13) Ivo Welter, (14) Jardim Concórdia, (15) Norma Demeneck Belotto, (16) Olivo Beal, (17) Presidente Tancredo Neves, (18) Professor Henrique Brod, (19) Reinaldo Arrosi, (20) São Francisco de Assis, (21) Shirley Maria Lorandi Saurin, (22) Vereador José Pedro Brum, (23) Walmir Grande e (24) Walter Fontana

**Fonte:** Elaborado pelos autores.

A variável georreferenciada analisada foi o percentual de acertos em Matemática no 4º ano do Ensino Fundamental. Para a elaboração do banco de dados espaciais, utilizou-se o software Google Earth Pro para determinar as coordenadas UTM das localizações das escolas municipais de Toledo e os dados das notas de Matemática foram obtidas junto ao Secretaria de Educação do Governo Municipal de Toledo.

### **Estatística Espacial**

A estatística espacial é um ramo da estatística que se dedica à análise de dados que possuem uma componente espacial explícita, como a localização geográfica das observações. Essa abordagem permite explorar padrões de distribuição espacial, identificar associações e compreender processos que variam no espaço. Dentre os métodos mais utilizados, destacam-se os conceitos de análise exploratória espacial, proximidade espacial e autocorrelação espacial em nível global e local.

Destacam-se indicadores como o Índice *I* de Moran e o *Local Indicator of Spatial Association* (LISA), amplamente empregados para identificar e descrever padrões espaciais (Anselin, 1995; Fotheringham e Rogerson, 2009).

### **Matriz de Proximidade Espacial**

A construção de uma matriz de proximidade espacial é um passo fundamental na estatística espacial, pois ela define as relações entre as unidades espaciais com base em critérios de proximidade. Essas relações podem ser estabelecidas de diversas formas, como distância geográfica, contiguidade (unidades adjacentes) ou limites administrativos compartilhados. A matriz de vizinhança resultante, denominada matriz de pesos espaciais (*W*), é essencial para a aplicação de modelos de autocorrelação espacial, já que expressa a influência que uma unidade espacial exerce sobre outra (Cliff e Ord, 1981). Neste trabalho, utilizamos o critério de distância, estipulando que duas escolas municipais serão vivinhas se estiverem a uma distância menor ou igual a 2300 metros.

### **Autocorrelação Espacial**

A autocorrelação espacial mede a dependência entre valores de uma variável em diferentes locais no espaço. Em um contexto espacial, valores semelhantes tendem a se agrupar (autocorrelação positiva), enquanto valores dissimilares tendem a se separar (autocorrelação negativa). A ausência de autocorrelação indica que os valores estão distribuídos de maneira aleatória no espaço (Legendre e Legendre, 2012). A análise de

autocorrelação espacial é crucial para identificar *clusters* espaciais, regiões de concentração ou dispersão de fenômenos, como desempenho educacional ou distribuição de recursos.

O Índice I de Moran é uma das principais medidas de autocorrelação espacial. Desenvolvido por Moran (1950), o índice varia de -1 a +1, onde valores positivos indicam autocorrelação positiva (valores semelhantes agrupados no espaço) e valores negativos indicam autocorrelação negativa (valores dissimilares adjacentes). A fórmula do Índice I de Moran é:

$$I = \frac{N \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_{ij} (x_i - \bar{x})(x_j - \bar{x})}{S_0 \sum_i (x_i - \bar{x})^2},$$

Em que N é o número de unidades espaciais (escolas municipais), x é a variável de interesse, neste caso, representa o percentual de acertos em Matemática no 4º ano do Ensino Fundamental,  $\bar{x}$  é a média de x,  $w_{ij}$  é o elemento da matriz de proximidade espacial e  $S_0$  é a soma dos elementos da matriz de proximidade espacial, ou seja,  $S_0 = \sum_{i=1}^N \sum_{i=1}^N w_{ij}$ .

### Diagrama de Espalhamento de Moran

O Diagrama de Espalhamento de Moran é uma representação gráfica que complementa o Índice I de Moran, permitindo

visualizar a relação entre os valores da variável em um local e a média de seus vizinhos. No diagrama, os dados são plotados em quadrantes, com base na relação entre o valor da variável (x) e a média espacial de seus vizinhos ( $Wx$ ). O quadrante I: (valores positivos, médias positivas) e o quadrante II (valores negativos, médias negativas) indicam pontos de associação espacial positiva, no sentido que uma localização possui vizinhos com valores semelhantes. Os quadrantes III (valores positivos, médias negativas) e IV (valores negativos, médias positivas), indicam pontos de associação espacial negativa, no sentido que uma localização possui vizinhos com valores distintos. Esse diagrama é especialmente útil para identificar *clusters* locais e áreas de comportamento atípico no espaço (Anselin, 1995).

### Indicador local de associação espacial (LISA)

Neste estudo, utilizaremos o índice LISA (Indicador Local de Associação Espacial) para realizar a análise de autocorrelação espacial local. Diferentemente da análise global, que resume toda a área de estudo com uma única estatística e assume homogeneidade, o índice LISA permite identificar *clusters* de forma mais detalhada, levando em consideração variações espaciais.

Mesmo na ausência de autocorrelação global ou agrupamento, o LISA possibilita a detecção de agrupamentos em nível local ao calcular o I de Moran Local para cada unidade espacial, avaliando sua significância estatística. Dessa forma, o LISA oferece uma ferramenta eficaz para investigar padrões espaciais específicos em áreas com heterogeneidade espacial. O índice LISA é apresentado na equação abaixo:

$$I_i = \frac{x_i - \bar{x}}{m_2} \sum_{j=1}^N w_{ij} (x_j - \bar{x}),$$

Em que  $m_2 = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N}$ .

O uso da estatística espacial em estudos educacionais, como o desempenho em Matemática, é particularmente promissor. Ela permite mapear padrões de concentração de baixos ou altos desempenhos, facilitando a identificação de fatores regionais ou estruturais que influenciam os resultados. Ferramentas como o Índice I de Moran e o índice LISA fornecem uma abordagem robusta para embasar políticas públicas direcionadas, possibilitando a intervenção localizada em áreas mais necessitadas.

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

A análise inicial dos dados do desempenho das escolas municipais de Toledo no quarto ano da prova de Matemática foi realizada por meio de uma representação

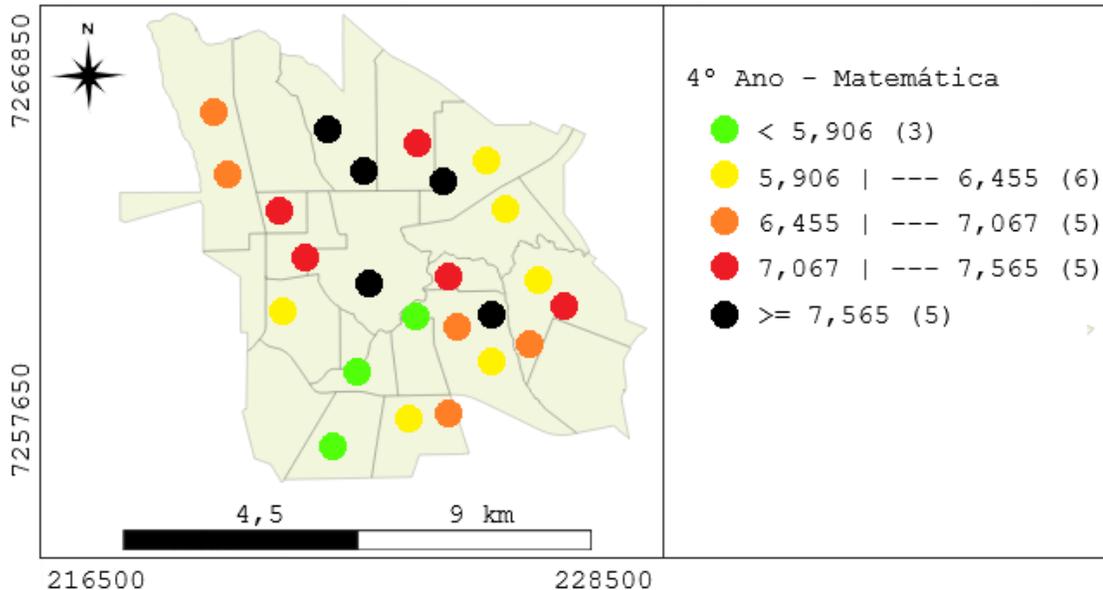
espacial utilizando o método das Quebras Naturais de Jenks. O mapa resultante (Figura 2) categorizou as notas em intervalos específicos, facilitando a identificação de áreas com melhores e piores desempenhos e permitindo a detecção de *clusters* de alto ou baixo desempenho entre as unidades escolares. Essa análise exploratória espacial serve como ferramenta preliminar para investigar a distribuição do desempenho e orientar investigações mais detalhadas. O método das Quebras Naturais de Jenks, baseado no princípio de "pequenas diferenças dentro dos grupos e grandes diferenças entre os grupos", é amplamente reconhecido na literatura como eficaz na classificação de dados espaciais (Zhao et al., 2022).

As escolas são representadas por círculos coloridos em diferentes regiões da cidade, com as cores correspondendo a intervalos de notas médias, conforme a legenda. Em verde, as escolas com o menor desempenho, com médias abaixo de 5,906. Há 3 escolas nesta categoria. Em amarelo estão as escolas com médias entre 5,906 e 6,455. São 6 escolas nesta faixa, indicando um desempenho um pouco abaixo da média geral, mas melhor que o grupo anterior. Em laranja tem-se um desempenho intermediário, com 5 escolas apresentando médias entre 6,455 e 7,067. Em vermelho escolas com um

desempenho superior, com 5 escolas na faixa de médias entre 7,067 e 7,565. Em preto as escolas com o melhor desempenho, com médias superiores a 7,565. São 5 escolas nesse grupo, destacando-se por apresentar os melhores resultados. Os pontos estão dispersos pelas regiões do município, o que permite visualizar diferenças de desempenho conforme a localização geográfica.

Algumas áreas apresentam maior concentração de escolas com desempenho mais baixo (verde e amarelo), enquanto outras têm mais escolas com melhor desempenho (vermelho e preto). Esse padrão espacial pode indicar desigualdades educacionais dentro do município, sugerindo que fatores como infraestrutura escolar, formação de professores ou nível socioeconômico da região podem influenciar o desempenho dos alunos.

**Figura 2: Distribuição do desempenho em matemática no quarto ano nas escolas municipais.**



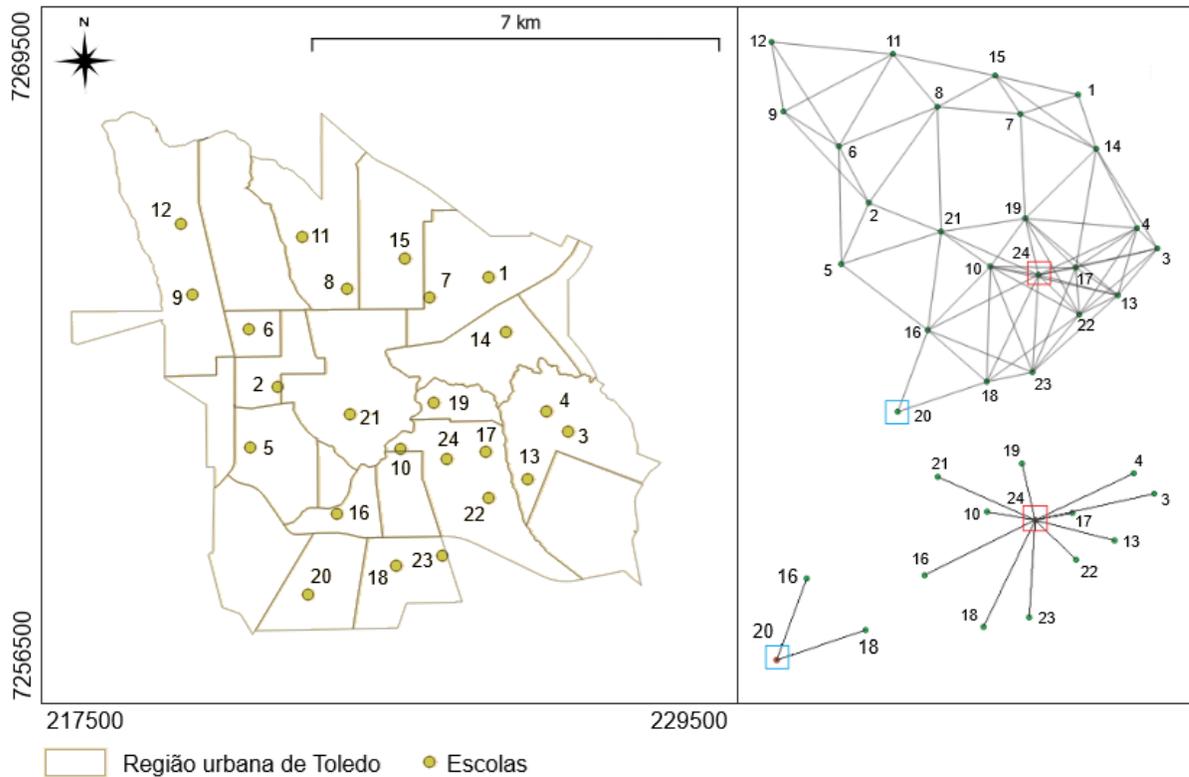
**Fonte:** Elaborado pelos autores.

Para investigar a existência de autocorrelação espacial, é fundamental definir um critério de vizinhança. Neste trabalho, adotamos a distância entre as escolas como critério, estipulando que duas escolas serão consideradas vizinhas se estiverem a uma distância inferior ou igual a 2.300 metros. A Figura 3 apresenta o mapa de conectividade,

que visualiza as relações de vizinhança entre as unidades escolares, facilitando a análise espacial. Esta rede define quais escolas são consideradas vizinhas com base em um critério de distância máxima de 2.300 metros. Isso significa que apenas escolas que estão dentro dessa distância são conectadas na rede. Cada escola, representada por um ponto no mapa, é

conectada a outras escolas próximas por linhas, formando uma estrutura de vizinhança. A escola menos conectada tem 2 vizinhas, enquanto a mais conectada tem até 11 vizinhas. A média é de 6,25 vizinhos por escola, o que sugere uma boa densidade de conexões entre as escolas, reforçando a importância de analisar a autocorrelação espacial.

**Figura 3: Mapa de conectividade das escolas municipais.**



**Escolas municipais:** (1) Alberto Santos Dumont, (2) Amélio Dal Bosco, (3) André Zenere, (4) Anita Garibaldi, (5) Antônio Scain, (6) Ecológica Toledo, (7) Arsênio Heiss, (8) Borges de Medeiros, (9) Carlos Friedrich, (10) Carlos João Treis, (11) Egon Werner Bercht, (12) Engenheiro Waldyr Luiz Becker, (13) Ivo Welter, (14) Jardim Concorórdia, (15) Norma Demeneck Belotto, (16) Olivo Beal, (17) Presidente Tancredo Neves, (18) Professor Henrique Brod, (19) Reinaldo Arrozi, (20) São Francisco de Assis, (21) Shirley Maria Lorandi Saurin, (22) Vereador José Pedro Brum, (23) Walmir Grande e (24) Walter Fontana

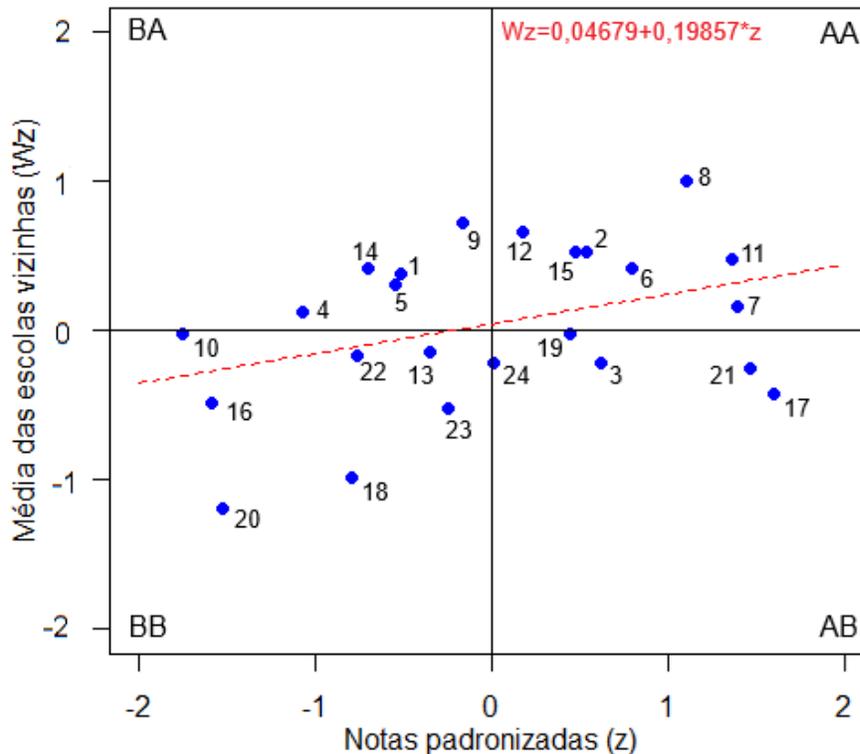
**Fonte:** Elaborado pelos autores.

O Índice I de Moran (coeficiente angular da reta de regressão de  $z$  (notas padronizadas) e  $wz$  (média das escolas vizinhas) de 0,199 indica uma leve autocorrelação espacial positiva nas notas de matemática do quarto ano nas escolas estaduais de Toledo, sugerindo que escolas com desempenho semelhante tendem a estar localizadas próximas umas das outras. No

diagrama de espalhamento (Figura 4), as 7 escolas no quadrante Alto-Alto e as 7 no Baixo-Baixo revelam *clusters* de similaridade, com algumas instituições se destacando positivamente enquanto outras enfrentam desafios semelhantes. Entretanto, as 5 escolas no quadrante Alto-Baixo e as 5 no Baixo-Alto apontam para um contraste significativo no desempenho entre escolas vizinhas,

evidenciando desigualdades. Podemos atribuir cores a cada um destes quadrantes, formando o mapa de espalhamento de Moran, apresentado na Figura 5.

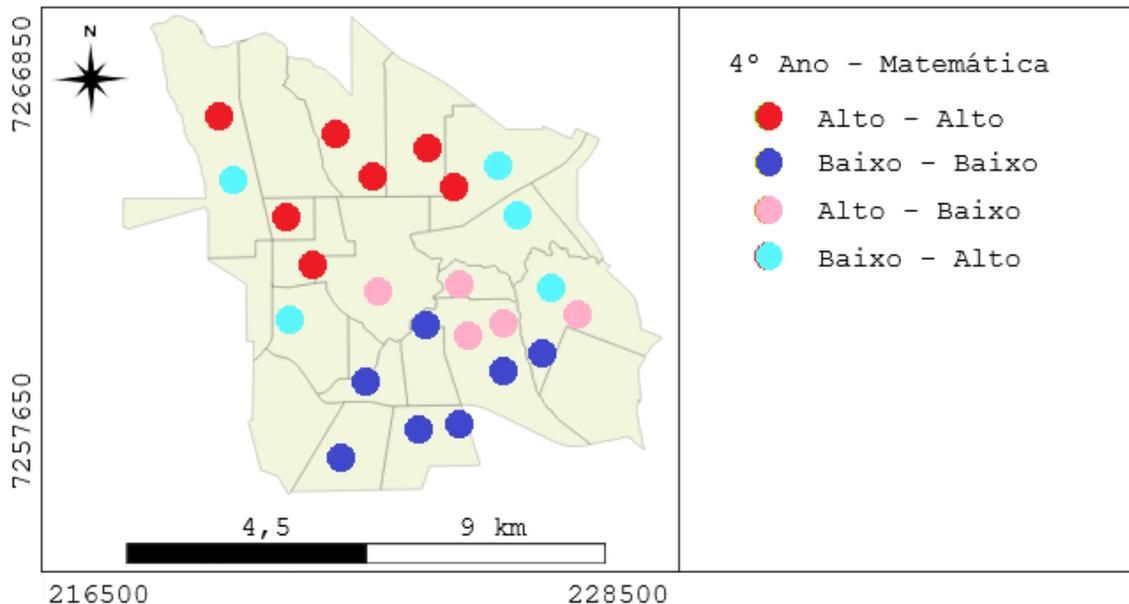
**Figura 4: Diagrama de espalhamento de Moran do desempenho em matemática no quarto ano nas escolas municipais.**



Fonte: Elaborado pelos autores.

O mapa está dividido em quadrantes que refletem a autocorrelação espacial das notas entre as escolas. As cores representam diferentes relações de similaridade: em vermelho estão as escolas no quadrante Alto-Alto, que indicam *clusters* de alto desempenho em áreas próximas; em azul escuro, estão as escolas no quadrante Baixo-Baixo, que mostram agrupamentos de baixo desempenho. As escolas em azul claro no quadrante Baixo-Alto e em rosa no quadrante Alto-Baixo destacam contrastes de desempenho, com escolas de notas altas ou baixas próximas de instituições com desempenhos opostos, evidenciando uma distribuição desigual das notas no território analisado.

**Figura 5: Mapa de espalhamento de Moran do desempenho em matemática no quarto ano nas escolas municipais.**



Fonte: Elaborado pelos autores.

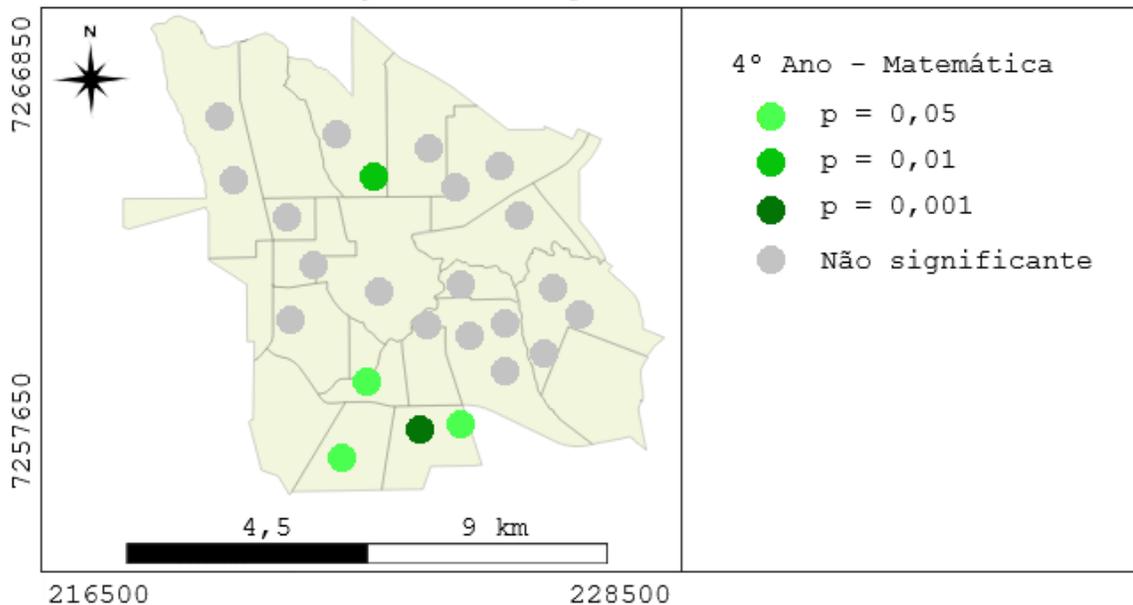
A análise do mapa de espalhamento de Moran evidencia uma concentração de escolas com notas baixas em Matemática, representadas pelo quadrante Baixo-Baixo, na região sul da área urbana de Toledo. Esse agrupamento destaca um padrão de baixo desempenho em uma área específica, sugerindo possíveis influências de fatores territoriais ou socioeconômicos. Em contraste, no extremo norte da região, observa-se a predominância de escolas classificadas no quadrante Alto-Alto, indicando um *cluster* de alto desempenho em instituições geograficamente próximas. Essa distribuição espacial desigual reflete um contraste marcante entre o desempenho escolar nas diferentes áreas da cidade, ressaltando a necessidade de ações focadas para reduzir essas disparidades.

O Índice de Moran, por ser uma medida global, avalia a autocorrelação espacial em todo o conjunto de dados, oferecendo uma visão geral sobre a distribuição espacial. No entanto, essa abordagem pode mascarar diferentes regimes de associação espacial que ocorrem localmente, ou seja, áreas específicas onde as relações espaciais podem ser mais fortes ou mais fracas. Por esse motivo, é prudente complementar a análise global com índices locais, como o LISA (*Local Indicator of Spatial Association*). Este índice permite identificar variações espaciais em regiões menores, destacando *clusters* locais de alto ou baixo desempenho, além de regiões onde não há uma correlação espacial significativa. Essa combinação de análises global e local é essencial para obter uma compreensão mais

detalhada dos padrões espaciais nos dados. A Figura 6 apresenta o mapa de significância LISA das notas de matemática no quarto ano nas escolas. Para cada escola, calculou-se o índice de Moran Local e depois permutou-se aleatoriamente os valores das demais escolas

até se obter uma pseudo-distribuição que permitiu computar a significância estatística. Apenas as escolas que apresentaram índices com significância maior que 95% estão mostradas.

**Figura 6:** Mapa de significância LISA das notas de matemática no quarto ano nas escolas. Apenas os valores com significância maior que 95% estão mostrados.



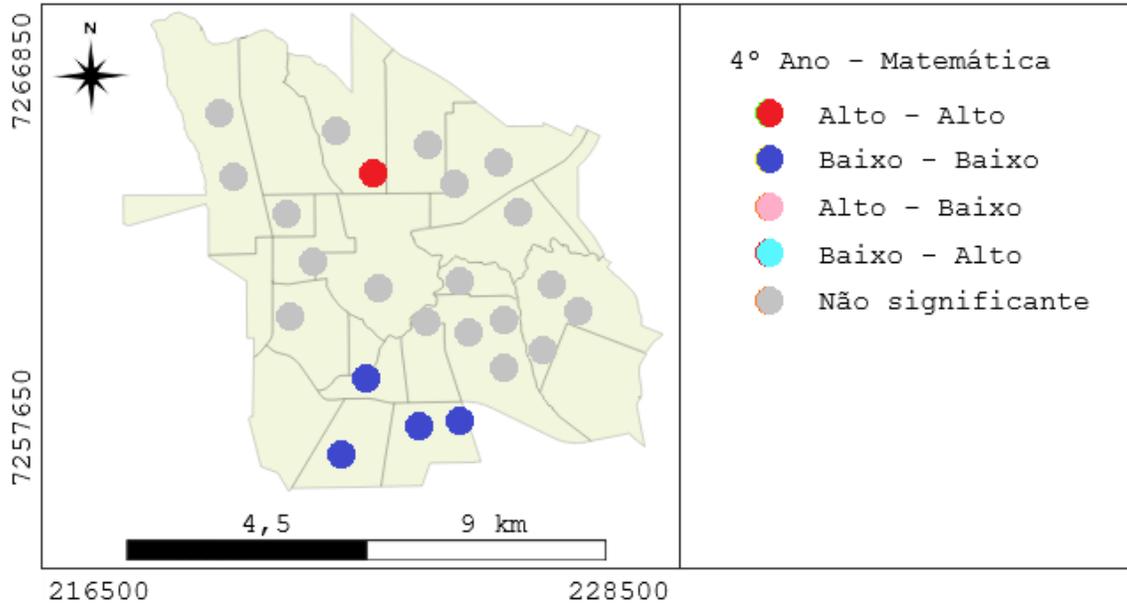
**Fonte:** Elaborado pelos autores.

As diferentes tonalidades de verde no mapa representam diferentes níveis de significância estatística dos agrupamentos espaciais das notas. Observa-se um aglomerado de escolas na região sul e uma escola ao norte. As regiões em verde no mapa podem ser interpretadas como "bolsões de não-estacionaridade" no desempenho na nota de matemática no quarto ano, o que significa que essas áreas possuem uma dinâmica espacial distinta que foge de uma tendência uniforme

observada em outros lugares. A não-estacionaridade espacial se refere ao fato de que uma variável (neste caso, o desempenho em matemática das escolas) não apresenta o mesmo comportamento ao longo de todo o espaço geográfico. Ou seja, há regiões onde os fatores que influenciam as notas são diferentes dos que atuam em outras áreas. A distribuição espacial não é uniforme e não segue as mesmas regras em todas as partes do mapa. Podemos elaborar um mapa considerando essas regiões

classificadas como significativas juntamente com sua classificação no diagrama de espalhamento de Moran. Este mapa é conhecido como mapa de agrupamento LISA, e é apresentado na Figura 7.

**Figura 7: Mapa de agrupamento LISA da notas de matemática no quarto ano nas escolas.**



Fonte: Elaborado pelos autores.

O mapa de agrupamento LISA das notas de Matemática no quarto ano nas escolas revela um padrão espacial significativo. Na região sul, observa-se um *cluster* do tipo Baixo-Baixo, indicando a concentração de escolas com baixo desempenho em Matemática, vizinhas de outras instituições também com notas baixas. Essa aglomeração evidencia uma tendência preocupante de baixo rendimento em uma área específica do território analisado, sugerindo a necessidade de políticas educacionais direcionadas para mitigar essas desigualdades. Em contraste, no extremo norte do mapa, destaca-se uma escola enquadrada como Alto-Alto, onde tanto as

notas dessa instituição quanto a média das notas das escolas vizinhas são elevadas. Essa discrepância entre o sul e o norte reflete a heterogeneidade no desempenho escolar, possivelmente associada a fatores socioeconômicos, estruturais ou de acesso a recursos educacionais. A análise detalhada desses padrões é essencial para compreender as causas subjacentes e orientar estratégias de intervenção mais eficazes.

## CONCLUSÃO

A análise dos padrões espaciais no desempenho em Matemática das escolas

municipais de Toledo revelou desigualdades significativas na distribuição das notas, com *clusters* de baixo desempenho concentrados na região sul e *clusters* de alto desempenho no norte da cidade. A investigação dos fatores que contribuem para essas disparidades, como condições socioeconômicas, infraestrutura escolar e qualificação docente, é essencial para direcionar políticas públicas mais eficazes. A complementação da análise com o índice LISA proporcionou uma visão mais detalhada, revelando áreas de não-estacionaridade que indicam dinâmicas espaciais distintas. Isso reforça a importância de considerar as especificidades locais para um entendimento mais aprofundado dos fatores que impactam o desempenho escolar e a implementação de ações mais direcionadas.

O estudo também evidencia a interdisciplinaridade da abordagem adotada, ao integrar métodos da Estatística Espacial com aspectos educacionais e socioeconômicos. A aplicação de ferramentas como o Índice de Moran e o LISA permite uma análise detalhada que não só aborda a distribuição espacial das notas, mas também permite identificar padrões locais e sugerir intervenções mais precisas. A interação entre diferentes áreas do conhecimento, como a Estatística, a Educação e a Geografia, é fundamental para abordar de forma mais eficaz as desigualdades

educacionais e promover estratégias de intervenção que considerem a realidade local das escolas.

Por fim, as descobertas deste estudo reforçam a necessidade de políticas públicas mais equitativas e direcionadas, capazes de atender às especificidades locais identificadas por meio da estatística espacial. Este trabalho contribui para o avanço metodológico no campo da educação, destacando a importância de integrar abordagens espaciais à análise de dados escolares para enfrentar os desafios de desigualdade no aprendizado e promover uma educação de qualidade para todos.

## AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com apoio da Secretaria de Educação do Governo Municipal de Toledo por meio do fornecimento dos dados, bem como da CAPES, do CNPq e da Fundação Araucária por meio de bolsas de pesquisa.

## REFERÊNCIAS

- ANSELIN, L. Local Indicators of Spatial Association—LISA. *Geographical Analysis*, v. 2, n. 2, p. 93-115, 1995.
- BALLESTER, R.; LABEYRIE, Y.; MULAYIM, M. O.; FERNANDEZ-MARQUEZ, J.L.; CERQUIDES, J. Crowdsourced geolocation: Detailed

exploration of mathematical and computational modeling approaches. **Cognitive Systems Research**, V. 88, 101266, 2024.

BAYAGA, A.; ALEXANDER, M. Exploring the influence of adaptive e-learning technology on learners' perceptions of mathematical modeling and simulation in South African schools. **Computers in the Schools**, p.1-20, 2023.

BRASIL. Indicadores de Desempenho em Educação. Ministério da Educação, 2021. Disponível em: <https://www.gov.br/mec>. Acesso em: 5 dez. 2024.

CLIFF, A. D.; ORD, J. K. **Spatial Processes: Models and Applications**. London: Pion, 1981, 266 p.

FOTHERINGHAM, A. S.; ROGERSON, P. A. **The SAGE Handbook of Spatial Analysis**. London: SAGE Publications, 2009, 528 p.

GUSHCHINA, O. M.; ZHELNINA, E. V.; EROFEEVA, E. A. Methods of educational and digital footprint data mining in the formation of multicomponent model of specialist competencies. In: ISSDRI 2022: II International Scientific and Practical

Conference on Sustainable Development of Regional Infrastructure. Ekaterinburg: Institute of Digital Economy and Law, 2022. pp. 723–729.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA (IBGE). **Cidades e Estados: Toledo - PR. 2023**. Disponível em: <https://www.ibge.gov.br/cidades-e-estados/pr/toledo.html>. Acesso em: 05 dez. 2024.

LEGENDRE, P.; LEGENDRE, L. **Numerical Ecology**. 3rd ed. Amsterdam: Elsevier, 2012, 1006 p.

MORAN, P. A. Notes on **Continuous Stochastic Phenomena**. *Biometrika*, v. 37, p. 17-23, 1950.

SOUZA, C.F.; MATIAS, N.C.F. Correlatos cognitivos na aprendizagem da matemática: uma revisão de literatura. **Bolema**, Rio Claro (SP), v.34, n.68, p.1324-1340, 2020.

ZHAO, Y.; CHENG, S.; LU, F. Seasonal characteristics of agricultural product circulation network: A case study in Beijing, China. **Agronomy**, v.12, n.11, 2827, 2022.