INTERAÇÃO Interdisciplinar

https://doi.org/10.35685/y94yef97

MÁXIMOS E MÍNIMOS EM PERSPECTIVA ESPIRAL: DA BNCC AO ENSINO SUPERIOR PELA LENTE DA OTIMIZAÇÃO

MAXIMA AND MINIMA IN A SPIRAL PERSPECTIVE: FROM THE BNCC TO HIGHER EDUCATION THROUGH THE LENS OF OPTIMIZATION

Fernando Ricardo Moreira[1]
Dióscoros Brito Aguiar Júnior[2]
Flávio Gomes de Moraes[3]
Gecirlei Francisco da Silva[4]
Lucyjane de Almeida Silva[5]
Wender José de Souza[6]

[1] Universidade Federal de Jataí.
[2] Universidade Federal de Jataí.
[3] Universidade Federal de Jataí.
[4] Universidade Federal de Jataí.
[5] Universidade Federal de Jataí.
[6] Universidade Federal de Jataí.

Resumo: Este artigo apresenta uma proposta de ensino de máximos e mínimos de funções articulada às competências gerais e específicas da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), com foco na relevância da otimização em diferentes níveis de ensino: anos finais do Ensino Fundamental, Ensino Médio e Ensino Superior. Partindo de uma estrutura didática originalmente concebida para cursos de graduação, a proposta é reinterpretada em perspectiva espiral, buscando estabelecer conexões progressivas entre problemas de otimização em contextos cotidianos, geométricos e funcionais. A fundamentação teórica inclui definições formais de máximos e mínimos, teoremas de Weierstrass e Fermat e o critério da segunda derivada, além de referenciais da educação matemática e da BNCC. São discutidas sugestões de atividades, estratégias de avaliação e possibilidades de adaptação a diferentes etapas escolares. Argumenta-se que a abordagem integrada de otimização pode contribuir para o desenvolvimento de competências de modelagem, resolução de problemas e pensamento crítico, fortalecendo o sentido de matemática aplicada na formação dos estudantes.

Palavras-chave: BNCC. Máximos e mínimos. Otimização. Educação básica. Cálculo.

Abstract: This article presents a proposal for teaching maxima and minima of functions aligned with the general and specific competencies of the Brazilian Common Core Curriculum (BNCC), with a focus on the relevance of optimization across different educational levels: the final years of elementary school, high school, and higher education. Starting from a didactic structure originally designed for undergraduate courses, the proposal is reinterpreted from a spiral perspective, seeking to establish progressive connections among optimization problems in everyday, geometric, and functional contexts. The theoretical framework includes formal definitions of maxima and minima, the Weierstrass and Fermat theorems, and the second derivative test, as well as references from mathematics education and the BNCC. Suggestions for activities, assessment strategies, and possibilities for adaptation to different school stages are discussed. It is argued that an integrated approach to optimization can contribute to the development of modeling, problem-solving, and critical thinking competencies, strengthening the sense of applied mathematics in students' education.

Keywords: BNCC. Maxima and minima. Optimization. Basic education. Calculus.

INTRODUÇÃO

A publicação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) intensificou os debates sobre o que se espera que os estudantes aprendam em matemática ao longo da educação básica no país (Brasil, 2018a; Brasil, 2018b). Ao enfatizar competências como a resolução de problemas, a argumentação, a modelagem e o uso significativo de representações, a BNCC convida professores e pesquisadores a repensar o lugar de conceitos tradicionalmente associados ao ensino superior, como limites, derivadas e otimização.

Por outro lado, a prática docente em cursos que incluem disciplinas de Cálculo evidencia dificuldades persistentes na compreensão de conceitos de máximos e mínimos de funções, frequentemente reduzidos a procedimentos algorítmicos. A pesquisa que fundamenta este artigo, desenvolvida em um programa de mestrado profissional, é de caráter qualitativo exploratório e nasce dessa tensão entre as exigências de uma formação universitária sólida e as fragilidades conceituais acumuladas ao longo da escolarização básica (Thomaz, 2022).

Do ponto de vista do professor, a inquietação manifesta-se não apenas como percepção subjetiva, mas como dado recorrente da prática docente, reiterado nas perguntas dos estudantes sobre o sentido e a utilidade dos conteúdos matemáticos. Nesse cenário, a discussão proposta por Thomaz (2022), ao focalizar especificamente as dificuldades relacionadas aos conceitos de máximos e mínimos de funções em Cálculo, evidencia que tais questionamentos não se restringem à curiosidade pontual, mas revelam uma tensão mais profunda entre a abstração teórica e a experiência concreta dos alunos.

Em consonância com a BNCC (Brasil, 2018a; Brasil, 2018b), que enfatiza a resolução de problemas, a modelagem e o uso significativo de representações como caminhos para a construção de sentido, essa tensão sugere a necessidade de repensar abordagens didáticas que articulem, de forma mais explícita, os conceitos de Cálculo a situações reais e a problemas contextualizados, desde a educação básica. Assim, a sala de aula deixa de ser apenas um espaço de transmissão de procedimentos formais e passa a configurar-se como um ambiente de investigação, no qual a busca por aplicações e significados se torna elemento constitutivo da aprendizagem matemática.

Este artigo propõe enfrentar essas questões a partir de um duplo movimento: (a) explicitar a relevância dos conceitos de máximos e mínimos na perspectiva da BNCC e do desenvolvimento de competências ao longo da educação básica; (b) propor uma trajetória espiral de ensino de otimização que conecte situações de problema nos anos finais do Ensino Fundamental, aprofundamentos no Ensino Médio e formalização no Ensino Superior.

Este trabalho busca investigar em que medida é possível tratar de otimização com estudantes que ainda não estudaram derivadas, quais tipos de problemas podem antecipar, em linguagem acessível, a ideia de "melhor solução" sob determinadas restrições e como construir, desde a educação básica, bases sólidas para que os estudantes possam, no ensino superior, atribuir significado aos teoremas de Cálculo que envolvem máximos e mínimos.

O artigo organiza-se da seguinte forma: na seção seguinte, discute-se a relevância da otimização à luz da BNCC e de suas competências gerais e específicas em Matemática; em seguida, apresentam-se as principais definições e teoremas clássicos sobre máximos e mínimos que fundamentam a proposta; depois, apresentam-se quatro módulos de ensino em perspectiva espiral, articulando educação básica e ensino superior; na sequência, apresentam-se as estratégias de avaliação mobilizadas; posteriormente, discutem-se os principais impactos e desafios de implementação; por fim, apresenta-se uma síntese das contribuições do estudo e possíveis desdobramentos para pesquisas futuras e para a prática docente.

RELEVÂNCIA DO TEMA: BNCC, COMPETÊNCIAS E OTIMIZAÇÃO

Embora a BNCC não utilize explicitamente a linguagem do Cálculo Diferencial nos anos finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio, ela traz orientações que dialogam diretamente com a ideia de otimização. Entre as competências gerais, destacam-se, por exemplo, a capacidade de utilizar conhecimentos das linguagens matemática e científica para expressar e compartilhar informações; bem como a de argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, formulando hipóteses e avaliando estratégias e resultados (Brasil, 2018a, Brasil, 2018b).

No componente curricular Matemática, a BNCC enfatiza, entre outros aspectos, o desenvolvimento de competências relacionadas a: a) modelar e resolver problemas envolvendo grandezas e medidas; b) analisar e interpretar funções que expressem dependência entre variáveis; c) utilizar representações algébricas, gráficas e tabulares na análise de situações concretas; d) mobilizar conceitos e procedimentos matemáticos para investigar situações em contextos pessoais, sociais, científicos e tecnológicos.

Em seu trabalho, Cardoso (2018) argumenta que a otimização, ou seja, a análise e aplicação dos conceitos de máximos e mínimos em situações concretas, constitui uma área especialmente propícia para o desenvolvimento, o treinamento e o aprofundamento dessas competências, como a resolução de problemas, a modelagem matemática e a argumentação fundamentada. Ao conectar teoria e prática, esse tema permite que os estudantes mobilizem diferentes formas de representação, testem hipóteses e justifiquem suas escolhas, aproximando o saber matemático de demandas reais e ampliando o sentido atribuído ao aprendizado. Problemas de maximização de áreas com perímetro fixo, minimização de custos, escolha de trajetos mais curtos ou análise de crescimento e decrescimento em gráficos são exemplos que podem ser explorados na educação básica, ainda que sem recorrer formalmente a derivadas (Mendes, 2015; Alves, 2018; Silva, 2018).

O trabalho de Thomaz (2022) enfatiza que o interesse por máximos e mínimos está ligado à busca de um ensino "mais próximo da realidade social dos alunos", em diálogo com seus questionamentos sobre o valor prático da matemática. Esse alinhamento com a BNCC é particularmente evidente quando se considera a competência de resolver problemas em contextos diversos, de forma criativa e crítica.

Ao situar máximos e mínimos como eixo articulador entre educação básica e ensino superior, esta proposta pretende contribuir para superar a fragmentação curricular. Em vez de "começar do zero" no Cálculo universitário, procura-se construir uma continuidade em que experiências de otimização na escola básica sejam retomadas, aprofundadas e formalizadas no Ensino Superior.

REVISÃO TEÓRICA: MÁXIMOS, MÍNIMOS E TEOREMAS FUNDAMENTAIS

No Ensino Superior, a formalização dos conceitos de máximos e mínimos costuma apoiar-se em definições topológicas e em resultados do Cálculo Diferencial. Do ponto de vista formal, nos fundamentamos em definições e resultados clássicos do Cálculo (Stewart, 2013).

Definição 1. Uma função tem máximo relativo (ou local) em um ponto c de seu domínio, se existe intervalo aberto I, tal que $c \in I$ e $f(x) \leq f(c)$ para todo $x \in I$. Neste caso, dizemos que $f(c)$ é valor máximo local de f.

Na definição acima, se invertermos a desigualdade, obtemos a definição de mínimo relativo ou local de uma função f, e $f(c)$ passa a ser o valor mínimo local de f.

Do ponto de vista global, o Teorema de Weierstrass garante a existência de extremos em condições bem definidas:

Teorema (Weierstrass). Suponha que f é contínua em todo valor x no intervalo fechado e limitado $[a, b]$. Então f assume um valor mínimo m e um valor máximo M em $[a, b]$, isto é, existem α e β em $[a, b]$ tais que $f(\alpha) = m$ e $f(\beta) = M$ e $m \leq f(x) \leq M$ para todo x em $[a, b]$.

Já o Teorema de Fermat e o critério da segunda derivada fornecem ferramentas práticas para identificar e classificar pontos críticos.

Teorema (Fermat). Seja f uma função com derivada em $a \in D$, onde D é um conjunto aberto. Se f tem em a um extremo local, então $f'(a) = 0$.

Proposição. Seja f uma função com derivada segunda contínua em seu domínio e $c \in \,]a, b[$ um ponto crítico de f, ou seja, $f'(c) = 0$. Então: a) se $f''(c) > 0 \Rightarrow c$ é ponto de mínimo local; b) se $f''(c) < 0 \Rightarrow c$ é ponto de máximo local.

Em uma disciplina tradicional de Cálculo, esses resultados são frequentemente apresentados em sequência, acompanhados de uma extensa lista de exercícios. A proposta discutida neste artigo, porém, parte da hipótese de que a compreensão desses enunciados pode ser aprofundada quando os estudantes são envolvidos em problemas de otimização com significado para eles, em que "máximo" e "mínimo" deixam de ser apenas propriedades formais e passam a representar decisões concretas: maximizar lucros, minimizar custos, otimizar trajetórias, organizar recursos limitados.

Isso remete a uma questão didática relevante: o que acontece com a compreensão de um teorema quando ele é primeiro vivido em situações de problema e, só depois, formalizado? Há ganhos em propor tarefas investigativas em que o aluno é convidado a conjecturar sobre a existência de um máximo antes de conhecer o Teorema de Weierstrass?

Para fins deste artigo, interessa-nos perguntar como preparar os estudantes, desde a educação básica, para que esses resultados façam sentido. Não se trata de antecipar formalismos, mas de construir experiências que deem corpo à ideia de existência de valores "ótimos" sob restrições; distinção entre ótimos locais e globais; papel da forma do gráfico (concavidade, crescimento/decrescimento) na identificação de tais pontos.

Autores como Stewart (2013) e Khan (2013) apresentam inúmeros exemplos de otimização que podem ser adaptados para diferentes níveis de escolarização. A literatura em educação matemática (Cervantes, 2021; Ponte et al., 2011) destaca, ainda, a importância de problemas em contextos reais, nos quais a função a ser otimizada é construída pelo próprio aluno a partir de dados da situação.

Ao articular BNCC e Cálculo, coloca-se o desafio de escrever tarefas e sequências didáticas que, já na educação básica, mobilizem ideias intuitivas de maximização e minimização, preparando o terreno para a formalização futura. A proposta de módulos que a seguir se apresenta oferece um caminho possível nessa direção.

METODOLOGIA DA INVESTIGAÇÃO

O presente trabalho configura-se como uma revisão narrativa de natureza teórico-propositiva, de caráter qualitativo e exploratório. O foco recai sobre a elaboração e análise de uma trajetória espiral para o ensino de máximos e mínimos, articulada à BNCC e ao Cálculo, sem a pretensão de generalizações estatísticas. A revisão privilegia a discussão de fundamentos conceituais, referenciais curriculares e escolhas didático-pedagógicas que sustentam a proposta de quatro módulos, bem como suas potencialidades e limitações para favorecer a construção de significados sobre otimização em diferentes níveis de ensino. Para tanto, foram mobilizadas como principais fontes documentos oficiais, experiências docentes relatadas e literatura especializada em Educação Matemática, compondo um corpo de argumentos que busca assegurar a coerência interna entre objetivos, referencial teórico e desenho da proposta.

DESCRIÇÃO DA PROPOSTA: QUATRO MÓDULOS EM PERSPECTIVA ESPIRAL

A proposta original foi pensada para o Ensino Superior, mas sua estrutura em quatro módulos permite uma leitura em perspectiva espiral, sugerindo adaptações gradativas para o Ensino Fundamental, o Ensino Médio e a Ensino Superior. Em cada módulo, discutem-se possibilidades de desenvolvimento em diferentes níveis.

Módulo 1 – Introdução à otimização

O foco do módulo é: valores extremos relativos ou absolutos (locais e globais) em determinado intervalo de uma função.

Para os anos finais do Ensino Fundamental, o módulo pode assumir uma forma mais intuitiva, sem linguagem formal de função. Podem-se propor, por exemplo, situações como: “Com um pedaço de barbante de 1 metro, de que forma você construiria um retângulo com a maior área possível?” ou “Se um lanche custa R\$ X e uma bebida custa R\$ Y, qual combinação de quantidades dá o maior lucro para o vendedor, sabendo que há um limite de gasto do cliente?”

No Ensino Médio, a introdução de funções quadráticas e sua interpretação gráfica abre espaço para trabalhar o vértice como ponto de máximo ou mínimo. A BNCC, na unidade de Álgebra, prevê o estudo de funções polinomiais de 1º e 2º graus, com ênfase em suas representações e aplicações, permitindo, por exemplo, investigar lucros e custos por meio de parábolas.

No Ensino Superior, retoma-se a mesma ideia com formalização via derivadas, discussão de pontos críticos e verificação de extremos com base no Teorema de Fermat e no critério da segunda derivada.

Módulo 2 – Máximos, mínimos, perímetro, área e volume

Originalmente, o módulo está centrado na pergunta: "Se você estiver construindo uma caixa com um pedaço plano de papel A4, como você maximiza o volume desta caixa?"

Na educação básica, esse problema pode ser trabalhado progressivamente. Nos anos finais do Ensino Fundamental, pode-se: recortar e dobrar caixas fisicamente, variando o tamanho dos quadrados retirados dos cantos; registrar medidas e volumes aproximados; discutir qualitativamente o que acontece quando os recortes são muito pequenos ou muito grandes.

No Ensino Médio, a mesma situação permite a construção e análise da função volume em função do tamanho dos recortes, com apoio de calculadoras ou softwares. A BNCC indica, na unidade de Geometria, a resolução de problemas que envolvem perímetros, áreas e volumes em contextos variados, o que inclui explorar relações entre estas grandezas.

No Ensino Superior, o problema da caixa de papel A4 é retomado com toda a formalidade algébrica e analítica: a) definição da função volume $V(x)$ em termos da dimensão do papel e do tamanho dos recortes; b) determinação do domínio admissível para x; cálculo de derivadas e identificação de pontos críticos; c) aplicação do critério da segunda derivada para verificar a classificação dos pontos críticos.

Segundo Bruner (1960), a perspectiva espiral implica em revisitar um mesmo objeto de estudo em diferentes momentos da escolarização, cada vez com maior grau de sofisticação conceitual e de articulação com outras ideias matemáticas. Nesse sentido, o tema de máximos e mínimos se mostra particularmente adequado a essa organização curricular: em um primeiro momento, pode ser explorado por meio de situações intuitivas de "maior" e "menor" (por exemplo, comparar áreas, comprimentos ou quantidades em tabelas simples); em etapas posteriores, retoma-se o tema com a análise gráfica de funções e a identificação, em termos visuais, de pontos de máximo e mínimo; por fim, em níveis mais avançados, esses mesmos problemas são reinterpretados com o aparato formal do Cálculo, utilizando derivadas para caracterizar e justificar rigorosamente condições de máximo ou mínimo.

Essa retomada progressiva, coerente com a noção de currículo em espiral (Bruner, 1960; NCTM, 2000) e com a construção relacional de significados matemáticos (Skemp, 1989), favorece que o estudante não "reaprenda" máximos e mínimos como conteúdos desconectados, mas aprofunde, a cada ciclo, sua compreensão conceitual e sua capacidade de modelar e resolver problemas de otimização em contextos cada vez mais complexos.

Módulo 3 – Máximos, mínimos, posição, velocidade e aceleração

O terceiro módulo dedica-se ao estudo de funções que descrevem o movimento retilíneo, ou seja, as funções posição, velocidade e aceleração em função do tempo. Nos anos finais do Ensino Fundamental, esses temas mostram-se particularmente promissores para a discussão de valores extremos, uma vez que permitem analisar, por exemplo, pontos de máxima e mínima distância em relação a uma origem, bem como variações na rapidez do movimento ao longo do tempo. Tais conteúdos podem ser abordados de forma predominantemente qualitativa, em articulação com Ciências ou Física, por meio da leitura e interpretação de gráficos de posição em função do tempo, nos quais se investigam questões como a distância percorrida em determinados intervalos, a identificação de trechos em que o movimento é mais rápido ou mais lento e a caracterização de situações em que o móvel "para" ou "muda de sentido". Essa abordagem favorece a construção de significado para noções de crescimento, decrescimento e extremos de funções, estabelecendo pontes entre a linguagem matemática e a descrição de fenômenos físicos.

No Ensino Médio, a BNCC prevê a leitura e interpretação de gráficos em diversos contextos, incluindo o de movimento. É possível propor que estudantes analisem gráficos de velocidade e relacionem picos e vales a situações cotidianas (aceleração de um veículo, por exemplo).

No Ensino Superior, a formalização inclui: a) definição de $s(t)$ como função posição e $v(t) = s'(t)$ como função velocidade; estudo de máximos e mínimos de $s(t)$ como alturas máximas, distâncias máximas, etc.; b) estudo de máximos e mínimos de $s(t)$ como velocidades extremas; c) interpretação da concavidade de $s(t)$ em termos de sinais de $a(t) = s''(t)$.

Módulo 4 – Máximos, mínimos, números e distâncias entre pontos

O quarto módulo trata de problemas de distância entre pontos, retas e curvas. Na versão para o Ensino Superior, são trabalhadas funções que representam a distância em função de uma variável, e a minimização é feita com derivadas.

Na educação básica, é possível antecipar essas ideias em versões mais acessíveis, por exemplo: "Qual é o ponto de uma calçada que fica mais próximo de uma árvore situada em um jardim adjacente?" "Como encontrar, em um mapa, o lugar que minimiza a distância até dois pontos específicos?"

Tais atividades, adaptadas à linguagem dos alunos, podem ser discutidas por meio de argumentos geométricos (uso do Teorema de Pitágoras, propriedades de triângulos, noções de simetria).

No Ensino Superior, esses problemas são formalizados como funções de uma variável: a) parametrização da reta em função de um parâmetro t; b) expressão da distância ao quadrado até um ponto fixo ou curva; c) derivação, determinação de pontos críticos e identificação do mínimo.

Mais uma vez, a perspectiva espiral se evidencia: o conceito de “distância mínima” aparece, inicialmente, em situações concretas, é retomado em termos de geometria euclidiana e, por fim, é formalizado na linguagem do Cálculo.

Dessa forma, os quatro módulos oferecem uma trajetória coerente com as competências gerais e específicas de Matemática previstas na BNCC, ao mesmo tempo em que preparam conceitualmente os estudantes para a formalização dos teoremas de máximos e mínimos no Ensino Superior.

ESTRATÉGIAS DE AVALIAÇÃO: REGISTROS, TECNOLOGIAS E BNCC

A proposta original incorpora diferentes estratégias de acompanhamento da aprendizagem, todas passíveis de adaptação aos diferentes níveis de ensino:

a) Registros de estudo por tópicos: no Ensino Superior, esses registros funcionam como diários de bordo em que os estudantes anotam dúvidas, sínteses e reflexões. Na educação básica, podem assumir a forma de cadernos de investigação ou fichas de atividades, alinhados à BNCC quando valorizam a comunicação de ideias matemáticas por escrito.
b) Uso de aplicativos de mensagens e ambientes virtuais: no Ensino Superior, o uso de aplicativos como WhatsApp facilita o envio de videoaulas e materiais, bem como a circulação de perguntas e comentários. Na escola básica, ambientes institucionais ou plataformas educacionais podem desempenhar funções similares, sempre atentos às condições de acesso dos estudantes.
c) Plataformas de quiz para avaliações formativas: ferramentas como Kahoot, Google Forms e Wayground possibilitam retornos rápidos sobre o aprendizado. Na ausência de tecnologia, a mesma lógica pode ser reproduzida com cartões de resposta, votações em sala e atividades de “verdadeiro ou falso justificando”, promovendo participação ativa e diagnóstico da compreensão.

Essas estratégias dialogam com a BNCC ao favorecerem o uso crítico e criativo das tecnologias digitais, a comunicação de raciocínios matemáticos em diferentes linguagens e a avaliação formativa e processual, que valoriza o percurso de aprendizagem, e não apenas o resultado.

Em todos os níveis, a avaliação não deve se limitar à verificação de resultados numéricos. É importante considerar a qualidade dos argumentos, a clareza das representações e a capacidade de justificar escolhas na modelagem de problemas de otimização, bem como a disposição em revisitar e revisar estratégias à luz de novas informações.

IMPACTOS POTENCIAIS E DESAFIOS DE IMPLEMENTAÇÃO

Ao projetar uma trajetória de ensino de máximos e mínimos que se inicia na educação básica e culmina no Cálculo universitário, a proposta busca enfrentar alguns problemas recorrentes: a percepção de ruptura entre "matemática da escola" e "matemática da universidade"; a visão da matemática como conjunto de técnicas descontextualizadas; a dificuldade em compreender conceitos de Cálculo, em especial os ligados a extremos e otimização.

Uma forma de mitigar os desafios da implementação desta proposta é a utilização de abordagens baseadas em metodologias de aprendizagem ativa, pois favorecem o protagonismo do aluno e o mantém ativo durante o processo de ensino-aprendizagem, além de oferecerem a possibilidade de transformação das práticas educacionais no ambiente escolar (Valente, 2014; Bacich e Moran, 2018).

No contexto da BNCC, essa abordagem pode contribuir para o desenvolvimento de competências de modelagem, resolução de problemas, argumentação e uso de representações, em consonância com os objetivos gerais da educação básica em matemática.

Entretanto, a implementação dessa proposta enfrenta desafios significativos.

- Formação docente: exige que professores da educação básica e superior se apropriem tanto dos conceitos de otimização quanto das metodologias ativas e dos recursos tecnológicos. Programas de formação inicial e continuada podem incluir módulos específicos sobre modelagem e otimização articuladas à BNCC.
- Tempo e currículo: a carga horária e a pressão por cobrir muitos conteúdos podem dificultar a inclusão de atividades investigativas. É necessário negociar com o currículo, identificando pontos de conexão entre os objetos de conhecimento da BNCC e situações de otimização.
- Infraestrutura e acesso: o uso de vídeos, plataformas digitais e aplicativos depende de condições de

acesso que nem sempre estão garantidas. Adaptações sem tecnologia digital devem ser previstas para que a proposta não se torne excludente.

Esses desafios podem ser compreendidos como oportunidades para pesquisa e colaboração entre escola básica e universidade. Projetos de extensão, por exemplo, podem promover parcerias entre cursos de Licenciatura em Matemática e escolas, testando versões adaptadas dos módulos em turmas do Ensino Fundamental Anos Finais e Ensino Médio.

Uma questão orientadora permanece: que evidências empíricas podem ser produzidas sobre os efeitos dessa abordagem na compreensão de conceitos de Cálculo e na atitude dos estudantes em relação à matemática? Estudos de caso, pesquisas de natureza qualitativa e quantitativa e análises de produções de alunos podem oferecer elementos importantes para responder a essa indagação.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este artigo apresentou uma proposta de ensino de máximos e mínimos em perspectiva espiral, articulando a BNCC, a otimização e a continuidade entre educação básica e ensino superior. Partindo de uma estrutura originalmente concebida para a graduação, buscou-se mostrar como seus eixos (problemas contextualizados, metodologias ativas, uso de tecnologias e foco em extremos) podem ser reinterpretados e adaptados a diferentes etapas da escolarização.

Mais do que um roteiro fechado, a proposta deve ser entendida como um convite ao diálogo entre professores, formadores e pesquisadores. Que problemas de otimização fazem sentido para os estudantes em diferentes contextos? Em que momentos do percurso escolar esses problemas podem ser introduzidos e retomados? Como garantir que, ao chegar ao Cálculo, o estudante reconheça nos teoremas de máximos e mínimos não apenas um conjunto de fórmulas, mas uma formalização de ideias que já experimentou de forma intuitiva?

À questão orientadora (em que medida é possível tratar de otimização com estudantes que ainda não estudaram derivadas?), este artigo responde indicando que o trabalho com problemas contextualizados, distribuídos em uma trajetória espiral ao longo da educação básica, permite antecipar de forma significativa ideias de extremos e de “melhor solução” sob restrições, ainda que permaneçam em aberto investigações empíricas mais sistemáticas sobre seus efeitos na aprendizagem de Cálculo.

Do ponto de vista metodológico, reafirma-se que este estudo assume natureza teórico-propositiva, de caráter qualitativo exploratório, centrado na elaboração e análise de uma trajetória espiral para o ensino de máximos e mínimos articulada à BNCC e ao Cálculo. As conclusões aqui apresentadas derivam, sobretudo, da articulação entre referencial teórico, documentos curriculares e experiências docentes sistematizadas na dissertação de Thomaz (2022), o que implica reconhecer limites quanto à generalização dos resultados e à ausência de evidências empíricas mais amplas sobre a implementação dos módulos em diferentes contextos escolares.

Tais limites, contudo, não enfraquecem a pertinência da proposta, mas indicam a necessidade de estudos posteriores que a coloquem em prática em turmas reais, produzindo dados que permitam analisar com maior robustez seus impactos na aprendizagem de otimização e na transição entre educação básica e ensino superior. Nesse sentido, a investigação aqui apresentada deve ser compreendida como um ponto de partida para pesquisas futuras que aprofundem, em diferentes realidades escolares, as potencialidades e os desafios da organização curricular em perspectiva espiral para o ensino de máximos e mínimos.

Como desdobramentos possíveis, apontam-se:

- estudos de caso em escolas que trabalhem problemas de otimização na educação básica, com análise das conexões feitas pelos estudantes quando, posteriormente, estudarem Cálculo;
- elaboração de materiais didáticos (sequências de atividades, roteiros de projetos, vídeos) alinhados à BNCC, centrados em situações de maximização e minimização;
- investigações sobre as percepções dos estudantes diante de uma abordagem de Cálculo que explicita suas ligações com experiências prévias de otimização.

Se, conforme Freire (1996), ensinar exige curiosidade, pesquisa e abertura ao inédito, a aproximação entre BNCC, otimização e Cálculo configuram-se como um campo produtivo para reinventar o ensino de matemática e aproximá-lo das questões que realmente mobilizam os estudantes.

ASPECTOS ÉTICOS

O presente artigo utilizou recursos de Inteligência Artificial, por meio da plataforma Inner AI, exclusivamente para revisão textual, com o objetivo de aprimorar a coesão do texto e reduzir repetições e redundâncias, mantendo inalterado o conteúdo conceitual e os argumentos desenvolvidos pelos autores.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem a Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Goiás (FAPEG) pelo financiamento desta pesquisa.

REFERÊNCIAS

ALVES, É. F. **Máximos e mínimos na perspectiva do ensino de matemática na atualidade**. Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Campos dos Goytacazes, 2018.

BACICH, L.; MORAN, J. (org.). **Metodologias ativas para uma educação inovadora: uma abordagem teórico-prática.** Porto Alegre: Penso, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular: Educação Infantil e Ensino Fundamental**. Brasília, DF: MEC, 2018a. Disponível em: http://basenacionalcomumcurricular.mec.gov.br/. Acesso em: 9 fev. 2026.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular: Ensino Médio**. Brasília, DF: MEC, 2018b. Disponível em: http://basenacionalcomumcurricular.mec.gov.br/. Acesso em: 9 fev. 2026.

BRUNER, J. S. **The process of education**. Cambridge, MA: Harvard University Press, 1960.

CARDOSO, D. T. **Máximos e mínimos: situações-problema com recursos dinâmicos**. Produto Educacional (Mestrado em Ensino de Ciências, Matemática e Tecnologias) – Universidade do Estado de Santa Catarina, Joinville, 2018.

CERVANTES, A. Problemas de otimização em contextos reais. **Revista de Educação Matemática**, v. 12, n. 2, p. 45-60, 2021.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa**. 25. ed. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

KHAN, S. **Um mundo, uma escola**. Rio de Janeiro: Intrínseca, 2013.

MENDES, A. F. **Problemas de otimização: uma proposta para o Ensino Médio**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2015.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS (NCTM). **Principles and standards for school mathematics**. Reston, VA: NCTM, 2000.

PONTE, J. P.; BROCARDO, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

SILVA, M. R. S. **Conhecendo um pouco sobre otimização: do ensino médio ao ensino avançado**. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal de Sergipe, São Cristóvão, 2018.

SKEMP, R. R. Mathematics in the primary school. **London: Routledge**, 1989.

STEWART, J. **Cálculo**. v. I. São Paulo: Cengage Learning, 2013.

THOMAZ, A. A. F. **Sala de aula invertida: uma proposta de ensino sobre máximos e mínimos**. 2022. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) – Universidade Federal de Jataí, Jataí, 2022.

VALENTE, J. A. Blended learning e as mudanças no ensino superior: a proposta da sala invertida. **Educar em Revista**, Curitiba, 2014.